

基礎統計

- 1.電卓のみ持込可。
- 2.数表は裏頁にある。
- 3.計算過程で小数が現れた場合は適当に四捨五入してよい(小数点以下2,3位程度でよい)。
- 4.自然対数の底 e が必要なときは、 $e=2.7$ で計算してよい。

[問 1]以下の各問に答えよ。

- (1)確率変数 X は正規分布 $N(50,100)$ に従うものとする。確率 $P(70 \leq X)$ 、 $P(40 \leq X \leq 60)$ 、 $P(X \leq 55)$ をそれぞれ求めよ。
- (2)20歳の男子日本人の胸囲は平均 86.8cm、標準偏差 4.80cm の正規分布で表されるとする。無作為に 16 人を選ぶとき、16 人の胸囲の平均が 85cm 以下となる確率を求めよ。

[問 2]以下の各問に答えよ。

- (1)表の出る確率が 0.6 であるようなコインを 5 回投げる試行を考える。表の出る回数を X とするとき、 $X=3$ となる確率 $P(X=3)$ を求めよ。
- (2)表の出る確率が 0.0002 であるようなコインを 10000 回投げる試行を考える。表の出る回数を X とするとき、 $X=3$ となる確率 $P(X=3)$ を求めよ。
- (3)表の出る確率が 0.6 であるようなコインを表が出るまで投げ続ける試行を考える。 X 回目に初めて表が出るとするとき、 $X=3$ となる確率 $P(X=3)$ を求めよ。
- (4)表の出る確率が p であるようなコインを 5 回投げる試行を考える。事象 A 、 B をそれぞれ、
 $A=\{1 \text{ 回目に表が出る}\}$ 、 $B=\{ \text{表の出る回数は 3 である} \}$
とするとき B が与えられたときの A の条件付確率 $P(A|B)$ を求めよ。

[問 3]以下の各問に答えよ。

- (1)中心極限定理(central limit theorem)の主張を書け(2, 3 行程度)。
- (2)確率変数 X_1, \dots, X_n は互いに独立に同一の Bernoulli 分布 $Bi(1,p)$ に従うものとする。即ち $P(X_i=1)=p$ 、 $P(X_i=0)=1-p$ ($i=1, \dots, n$) が成立するものとする。この場合に中心極限定理を応用すると、どのような事実が得られるか。
- (3)十二指腸虫の感染率が 10% であるとされていたある地域の環境が悪化したため、その地域から改めて、400 人を無作為に抽出して感染の有無を調べたところ 56 人の感染者がいた。感染率は変わらないと言えるか。

[問 4]ある爬虫類の体長について調べるため、20 頭を捕獲し、体長 X_1, \dots, X_{20} (単位は cm) を測定したところ、標本平均 $\bar{X} = 1/20 \sum_{i=1}^{20} X_i$ 、標本分散 $s^2 = 1/(20-1) \sum_{i=1}^{20} X_i^2$ 、標本標準偏差 $s = \sqrt{s^2}$ はそれぞれ $\bar{X} = 30.5$ 、 $s^2 = 17.64$ 、 $s = 4.2$ であった。正規母集団 $N(\mu, \sigma^2)$ を仮定して、以下の各問に答えよ。

- (1)母平均 μ の点推定値として、 \bar{X} の実現値 30.5 を用いるのが通常であるが、このことの根拠は何か。簡潔に述べよ(1 行程度)。

- (2)母分散 σ^2 は未知であるとして、母平均 μ の信頼係数 0.95 の信頼区間を作れ。
 (3)母分散 σ^2 は $\sigma^2=16$ であると分かっているものとして、母平均 μ の信頼係数 0.95 の信頼区間を作れ。
 (4)母分散 σ^2 の信頼係数 0.95 の信頼区間を作れ。

[問 5]壺の中に赤、青、緑の 3 種類の玉が 2 個ずつ計 6 個入っているものとする。その壺から 2 個取り出す試行を考える。取り出された赤玉の数を X 、青玉の数を Y とすると、 X と Y はともに離散型の確率変数であり、各々 0、1、2 のいずれかの値をとる。 X と Y の同時確率分布は下の表の通りである。以下の各問に答えよ。

赤(X)\青(Y)	0	1	2	行和
0	1/15	4/15	1/15	2/5
1	4/15	4/15	0	8/15
2	1/15	0	0	1/15
列和	2/5	8/15	1/15	1

- (1) X と Y の共分散 $\text{Cov}(X,Y)$ を計算せよ(計算は全て分数で)。
 (2) X と Y の相関係数 $\rho_{x,y}$ を計算せよ(計算は全て分数で行い、最後の答のみ小数で表示のこと)。
 (3)前問で求めた相関係数の値を解釈せよ。
 (4)問題文中の試行を 90 回行い、赤の個数と青の個数が等しくなる回数を Z とおくと、 Z の確率分布および平均 $E(Z)$ 、分散 $V(Z)$ とを求めよ。

[問 6]16 組の父子の身長を計測したところ、 $(x_1, y_1), \dots, (x_{16}, y_{16})$ なるデータが得られたものとする。 x は父の身長、 y は子の身長とする。単位は cm とする。このデータから以下の数値が得られたものとする。父の平均 $\bar{x} = 1/16 \sum_{i=1}^{16} x_i = 166.3$

$$\text{父の分散} = 1/16 \sum_{i=1}^{16} (x_i - \bar{x})^2 = 31.33$$

$$\text{子の平均} = \bar{y} = 1/16 \sum_{i=1}^{16} y_i = 173.1$$

$$\text{子の分散} = 1/16 \sum_{i=1}^{16} (y_i - \bar{y})^2 = 27.71$$

$$\text{父と子の共分散} = 1/16 \sum_{i=1}^{16} (y_i - \bar{y})(x_i - \bar{x}) = 24.13$$

- (1)子の身長 y の父の身長 x への回帰直線 $y = a + bx$ を計算せよ。
 (2)回帰係数 b の解釈を述べよ。
 (3)決定係数を計算せよ。