2005年度　基礎統計　学期末試験問題(7月26日実施、担当倉田博史)

注意事項:

1. 電卓のみ持込可。関数電卓も認めるが、関数計算機能やプログラミング機能を用いてはならない。
2. 自然対数の底 e が必要なときは、$e = 2.7$ で計算のこと。
3. 解答に至るプロセスも記述すること。
4. 計算過程で小数が現れた場合は適当に四捨五入してよい。
5. 数表は別に配布する。

問1　以下の各問に答えよ。

(1) 小学校6年生男子の身長は、平均145.2cm、標準偏差7.1cmの正規分布で表されることが知られている。156cm以下の男子の割合を求めよ。

(2) 小学校6年生女子の身長は、平均147.0cm、標準偏差6.8cmの正規分布で表されることが知られている。無作為に9人を選ぶとき、9人の身長の平均が145cm以上150cm以下となる確率を求めよ。

(3) 連続型確率変数 X の確率密度関数 $f(x)$ が次式のように与えられている。

$$f(x) = \begin{cases} 6x(1-x) & (0 < x < 1) \\ 0 & (\text{その他}) \end{cases}$$

このとき、$E(X)$、$E(X^2)$ と分散 $V(X)$ を求めよ。

(4) 定義を述べよ。(各項目につき1,2行でよい)

(4-1) 不偏推定量;

(4-2) 仮説検定における第1種の誤り;

(4-3) 2つの事象 A、B が独立であること.

問2　32匹のマウスを16匹ずつA群、B群に分け、A群のマウスには生ピーナッツを与え、B群のマウスには焼きピーナッツを与えて飼育し、一定期間後に体重(g)を測定したところ次のデータが得られた:

A群:	61	60	$\cdots$(中略)$\cdots$	64
B群:	58	55	$\cdots$(中略)$\cdots$	62

各群の標本平均と標本不偏分散の値は

$$\text{A群}: \quad \bar{X} = \tfrac{1}{16}\textstyle\sum_{i=1}^{16} X_i = 59.9, \quad s_1^2 = \tfrac{1}{16-1}\sum_{i=1}^{16}(X_i - \bar{X})^2 = 21.1;$$
$$\text{B群}: \quad \bar{Y} = \tfrac{1}{16}\textstyle\sum_{i=1}^{16} Y_i = 55.8, \quad s_2^2 = \tfrac{1}{16-1}\sum_{i=1}^{16}(Y_i - \bar{Y})^2 = 9.4$$

であった。A群の標本 $X_1, \cdots, X_{16}$ とB群の標本 $Y_1, \cdots, Y_{16}$ はそれぞれ正規母集団 $N(\mu_1, \sigma_1^2)$、$N(\mu_2, \sigma_2^2)$ からの無作為標本と仮定出来るものとする。以下の各問に答えよ。

(1) A群の母平均 μ_1 に関する信頼係数0.90の信頼区間を作れ。

(2) A群の母分散 σ_1^2 に関する信頼係数0.90の信頼区間を作れ。

(3) 帰無仮説 $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ を対立仮説 $H_1 : \sigma_1^2 > \sigma_2^2$ に対して有意水準0.05で検定せよ。

(4) (前問の結果に関わらず) 母分散に関して $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ が成立するものとして、帰無仮説 $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ を対立仮説 $H_1 : \mu_1 > \mu_2$ に対して有意水準0.05で検定せよ。

問3　以下の各問に答えよ。

(1) 中心極限定理を述べよ。

(2) 400世帯を無作為に選んだところ、35%の世帯があるテレビ番組を視聴していた。この番組の視聴率の信頼係数0.95の信頼区間を求めよ。

(3) ある市では一日当たり平均9件の交通事故が起こるものとする。市によって事故削減のための対策が行われたとする。対策後の30日間の事故件数の平均をとると7件であった。対策の効果について述べよ。

問4　ある飛行機の乗客定員は300名で、そのうち30席はファースト・クラス、270席はエコノミー・クラスである。この航空会社では30名のファースト・クラスと290名のエコノミー・クラスの予約を受け付ける。予約をした人が現れない確率は（クラスに関わらず）0.1であるとする。また、エコノミー・クラスの乗客をファースト・クラスに割り当てることは出来るとする。

(1) 現れる乗客の数を X とおく。X の確率分布を導け。

(2) $E(X)$ と $V(X)$ は幾らか。(答のみでよい。)

(3) 現れた乗客を全員収容出来る確率を求めよ (近似計算でよい)。

問5　確率変数 X は幾何分布 $Ge(p)$ に従っているものとする。即ち

$$P(X=x)=p(1-p)^{x-1}\ \ (x=1,2\cdots)$$

が成立しているものとする。但し $0<p<1$ である。

(1) 次式は幾何分布の無記憶性と呼ばれ、幾何分布を特徴付ける性質である。X を例えば「災害発生時点」としてこの式を解釈せよ。

$$P\Big(X=a+b\Big|X>b\Big)=P(X=a)\ \ (a,b=1,2,\cdots)$$

(2) 上式を証明せよ。